Álgebra Lineal (Final 2 de marzo de 2018)
De 18:00 a 21:30 hs. Profesora: Gabriela Jerónimo

1. Sea K un cuerpo. Sean $A \in K^{m\times n}$ y B $\in K^{n\times r}$.
   Probar que $min\,\{rg(A), rg(B)\} \geq rg(AB) \geq rg(A) + rg(B) - n$.

2. i. Probar que $\forall A \in K^{n\times n} A.adj(A) = det(A).I_n$.
   ii. Enunciar y demostrar la regla de Cramer para la resolución de sitemas de ecuaciones lineales.

3. Sea K un cuerpo. Sean A, $B \in K^{n\times n}$ tales que $AB = BA$.
   i. Sea $E_\lambda(A) = \{x \in K^n / Ax = \lambda x\}$. Probar que $E_\lambda(A)$ es B-invariante.
   ii. Probar que si A y B son diagonalizables $\exists$ C $\in GL(n, k)$ / CAC^{-1} y CBC^{-1} son diagonales (A y B se pueden diagonalizar simultaneamente).

4. i. Enunciar y demostrar el proceso de ortonormalización de Grand-Schmidt.
   ii. Sea $(V, <, >)$ un K-ev de dimensión n con producto interno. Probar que dado $S \subseteq V$ subespacio, vale que $\dim(S) + \dim(S^\perp) = n$.

5. Decidir si los siguientes enunciados son verdadero o falso.
   i. Sea $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ / $A^4 = A$. Entonces A es diagonalizable.
   ii. Sean $A, B \in K^{n\times n}$ / A es nilpotente, B es diagonalizable y λ es autovalor de B. Entonces λ es autovalor de $A + B$.